

Der Studiengang Mathematik

Digitale Infotage an der Naturwissenschaftlichen Fakultät

Prof. Dr. Christoph Richard
(am Lehrstuhl für Mathematische Stochastik)
8. April 2021



Statistische Modelle

Modellierung und Mathematik

Mathematik studieren

Informationsmöglichkeiten

Statistische Modelle



Das Standardmodell: Münzwurf

zwei 01-Folgen der Länge 100

- 001101001000011010011111010101001111001010
 10110001010100110100110001011101111101001
 011110010110100101
- 10011001101111111100010010010001001000110
 11011011000010011111100101100010011110011
 001101011101011000

Sind diese Folgen typisch für eine faire Münze?

Beobachte folgende Kenngrößen:

- Anzahl der Einsen
- Anzahl der Blöcke (runs), zB hat $|1|00|11|00|11|000|$ sechs Blöcke

100-facher Münzwurf

- Es gibt $2^{100} \approx 10^{30}$ Folgen der Länge 100.
- Dies entspricht 10^{20} Tera-Byte Daten!
- Jede dieser 01-Folgen ist für eine faire Münze gleich (un)wahrscheinlich.

Anzahl der Einsen: hier 52 und 52

- für mindestens 95% aller 01-Folgen zwischen 40 und 60

Anzahl der Blöcke: hier 62 und 50

- für mindestens 95% aller 01-Folgen zwischen 40 und 60

Fazit

- Erste Folge ist nicht typisch für eine faire Münze.
- Im Licht unserer Beobachtungen könnte die zweite Folge typisch für eine faire Münze sein.

Die \sqrt{n} -Faustregel für Fluktuationen

Münzwurf mit Wahrscheinlichkeit p für 1

- werfe Münze n -mal und notiere Anzahl H_n der Einsen
- für mindestens 95% aller 01-Folgen der Länge n gilt

$$|H_n - n \cdot p| \leq \sqrt{n}$$

Statistische Inferenz: Wie genau kann ich p schätzen?

- betrachte $|h_n - p| \leq \frac{1}{\sqrt{n}}$, mit $h_n = \frac{H_n}{n}$ die relative Häufigkeit von 1
- für mindestens 95% aller 01-Folgen beim p -Münzwurf gilt also

$$p \in \left[h_n - \frac{1}{\sqrt{n}}, h_n + \frac{1}{\sqrt{n}} \right]$$

- 95% Konfidenzintervall für p

Anwendung: Geburten nach Geschlecht

Statistisches Modell

- Kenngröße Geschlecht wird durch Münzwurf bestimmt

relative Häufigkeiten (Statistisches Bundesamt)

Jahr	gesamt	männlich	weiblich
2018	787,523	0.5131	0.4869

Wohl keine FAIRE Münze!

- $n \approx 1,000,000$. Also Genauigkeit ≈ 0.001

Münzwurf mit $p \approx 0.513$?

- Untersuche Fluktuationen in vergangenen Jahren!
- Erkläre leichte Abweichung von 0.5!

Hardy, Sex Ratios: Concepts and Research Methods, CUP 2002

Modellwahl: das Fränkische Prinzip

statistisches Modell für Kenngröße des gegebenen Systems

- Modell vereinfacht System oft drastisch.
- Daten aus Experiment müssen typisch für das Modell sein.
- Modellierungsfehler wird von Fluktuationen überdeckt.
- Wenn mehr Daten zur Verfügung stehen, kann das Modell verfeinert werden.

Einsicht durch Vereinfachung

- Grundlegende Mechanismen werden sichtbar.

Welche Modelle werden verwendet?

Kenngrößen eines Systems sind oft Funktionen von Ort und Zeit.

wichtige Modelle für Kenngrößen

- Lösung einer Differentialgleichung
(Newton, Lagrange, Hamilton, Einstein, Schrödinger, Heisenberg, ...)
- Zustand eines neuronalen Netzes
(Künstliche Intelligenz, machine learning)
- stochastische Varianten

Modellierung und Mathematik



Aufgaben der Modellierung

- Bereitstellung von Modellen
- Analyse: Existenz und Eindeutigkeit von Lösungen, Fluktuationen
- Implementation auf dem Computer

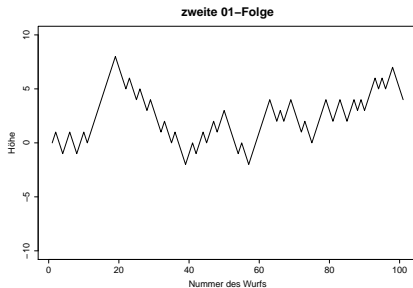
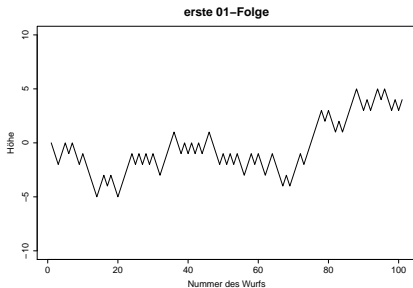
eine grobe Abgrenzung mit fließenden Übergängen:

- Theoretische Mathematik: Bereitstellung, Analyse
- Angewandte Mathematik: Analyse, Implementation
- Naturwissenschaften: Bereitstellung, Implementation
- Ingenieurwesen: Bereitstellung, Implementation

Beiträge der Mathematischen Stochastik

Münzwurf als zufälliger Weg

- $1 \hat{=}$ Schritt schräg nach oben, $0 \hat{=}$ Schritt schräg nach unten



Beiträge der Mathematischen Stochastik

zufällige Wege in diskreter Zeit

- liefern neue Kenngrößen für 01-Folgen (Endhöhe, Zahl der Hochpunkte, ...)
- numerische Simulation einfach
- manchmal exakte Analyse möglich

Pfad eines Teilchens, das permanent in neue Richtung gestoßen wird?

- Brown'sche Bewegung (Brown, Einstein, Wiener, ...)
- Pfade stetig, aber "fast sicher" nirgends differenzierbar!
- Stochastik auf kontinuierlichen Ergebnisräumen (Kolmogorov)
- stochastische Differentialgleichungen

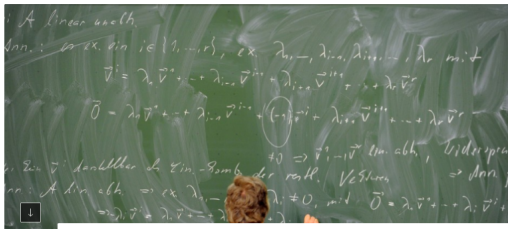
Mathematik studieren



MINT-FÄCHER

Versicherungen sorgen sich um Mathematiker-Nachwuchs

AKTUALISIERT AM 11.09.2020 - 09:46



Die Versicherer sind auf Mathematiker angewiesen, doch offene Stellen sind oft schwierig zu besetzen. Nicht nur die Konkurrenz von IT-Unternehmen bereitet der Branche Kopfzerbrechen.

MERKEN ☆ 19 🌐 📧 📧 📧 📧 📧 1 Min.

auslands Versicherer fürchten um die Fachleute der

Mathematiker*innen sind vielseitig einsetzbar

- Problemlösungskompetenz
- Frustrationstoleranz

Zitat: (Arbeitsmarktinformationen der Bundesagentur für Arbeit)

“... Einige dieser Fähigkeiten haben Mathematiker bereits durch ihr Studium besonders intensiv erprobt. Sie **analysieren Probleme systematisch**, da sie gelernt haben, analytisch zu denken. Sie haben **Erfahrung darin Wichtiges von Unwichtigem** zu trennen und Problemen auf den Grund zu gehen. Da sich eine Lösung nicht immer sofort finden lässt, **verfügen** sie auch **über einen langen Atem** in der Auseinandersetzung mit schwierigen Fragestellungen. Diese Besonderheit einer Mathematikausbildung schlägt bei den Schlüsselqualifikationen positiv zu Buche.”

Wie sieht mein Studien-Alltag aus?

- Vorlesungen hören (mitdenken / mitschreiben / fragen)
- Vorlesungen überdenken (in Ruhe alleine)
- Übungsaufgaben bearbeiten (regelmäßig sowohl allein als auch gemeinsam)
- Mathematik diskutieren (mit Kommiliton*innen und Tutor*innen)
- zur Zeit leider größtenteils online!

Was lerne ich über Mathematik hinaus?

- *Zeitmanagement*: wichtiges von Unwichtigem trennen
- *Frustrationstoleranz*: nicht leicht entmutigen lassen
- *Kommunikation*: Mathematik lernt man nicht allein
- *positives Denken*: Freude an mathematischen Strukturen

Arbeitsgruppen und Nachwuchsförderung

20 Professor*innen in 11 Arbeitsgruppen

- Algebra und Geometrie, Partielle Differentialgleichungen und Variationsrechnung, Kontinuierliche Optimierung, Modellierung und Numerik, Wissenschaftliches Rechnen, Lie-Gruppen und Darstellungstheorie, Mathematische Physik, Stochastik und Dynamische Systeme, Wirtschaftsmathematik

Förderungen

- SFB “Mathematical Modeling, Simulation, and Optimization using the example of Gas Networks”
- DFG-Exzellenzcluster “Engineering of Advanced Materials”
- Humboldt-Professur Enrique Zuazua (Angewandte Mathematik)
- zahlreiche weitere Drittmittelprojekte in Angewandter und Theoretischer Mathematik

Aufbau des Bachelor-Studiums

ECTS: European Credit Transfer System

Fachprüfungsordnung 180 ECTS:

- Regelstudienzeit 6 Semester (+2)
- Grundlagenmodule (Analysis I-III und Lineare Algebra I-II) 50 ECTS
- Module aus Theoretischer und Angewandter Mathematik 60 ECTS
- Querschnittsmodul und Seminar 15 ECTS
- Bachelorseminar und Bachelorarbeit 15 ECTS
- Module des Nebenfachs 30 ECTS
- Schlüsselqualifikationen 10 ECTS

GOP: Grundlagen-und Orientierungsprüfung

- innerhalb von 2 Semestern abzulegen (+1)
- mindestens 30 ECTS aus Grundlagen (vollständige Module)

Nebenfächer im Bachelor-Studium

Philosophie, Informatik, Information und Kommunikation, Nanotechnologie, Astronomie, Experimentalphysik, Theoretische Physik, Molekularbiologie, Anorganische Chemie, Geowissenschaften, Betriebswirtschaftslehre, Volkswirtschaftslehre, Theologie

Belegung des Nebenfachs

- derzeit 13 mögliche Wahlen
- 30 ECTS aus Modulkatalog des Nebenfachs

Aufbau des Master-Studiums

- 4 weitere Semester (120 ECTS)
- forschungsorientiert mit Schwerpunkten
 - Algebra und Geometrie
 - Analysis und Stochastik
 - Modellierung, Simulation und Optimierung
- Masterseminar und Masterarbeit
- Nebenfach
- individueller Studienplan in Absprache mit Mentor

Informationsmöglichkeiten



Deutsche Mathematiker-Vereinigung

- www.mathematik.de

www.math.fau.de/studium/vor-dem-studium

- Informationsbroschüren
- Vorstudium, Frühstudium
- Selbsteinschätzungstest

Studienfachberatung Mathematik

- christoph.richard@fau.de

Fachschaft FSI Mathe/Physik